



گزینه ۱

۱

ابتدا مقاومت معادل مدار را برحسب R به دست می‌آوریم. دو مقاومت $4\ \Omega$ و $2\ \Omega$ با هم سری‌اند و معادل آن‌ها با مقاومت R موازی است. بنابراین:

$$R_{eq} = \frac{(4 + 2) \times R}{(4 + 2) + R} = \frac{6R}{6 + R}$$

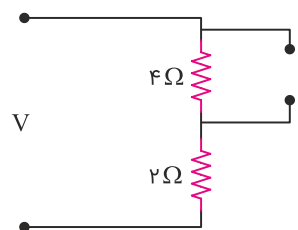
جریان عبوری از باتری، طبق رابطه جریان مدار تک حلقه برابر است با:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{30}{\frac{6R}{6 + R} + 2} = \frac{30}{\frac{6R + 12}{6 + R}} = \frac{15(6 + R)}{4R + 6}$$

اختلاف پتانسیل دو سر باتری که با اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌های $4\ \Omega$ و $2\ \Omega$ برابر است را به دست می‌آوریم:

$$V = \varepsilon - rI = 30 - 2\left(\frac{15(6 + R)}{4R + 6}\right) = 30 - \frac{30(6 + R)}{4R + 6}$$

اختلاف پتانسیل مقاومت $4\ \Omega$ را به دست می‌آوریم. برای این منظور ولتاژ دو سر باتری را به دو مقاومت $4\ \Omega$ و $2\ \Omega$ که با هم سری‌اند، تقسیم می‌کنیم:



$$V_1 = \frac{4}{4 + 2} \times V = \frac{2}{3}\left(30 - 30\left(\frac{6 + R}{4R + 6}\right)\right)$$

$$\Rightarrow V_1 = 20\left(1 - \frac{6 + R}{4R + 6}\right) = 20\left(\frac{3R}{4R + 6}\right)$$

می‌خواهیم V_1 بزرگ‌تر یا مساوی $10\ V$ باشد، پس:

$$V_1 \geq 10 \Rightarrow 20\left(\frac{3R}{4R + 6}\right) \geq 10 \Rightarrow 6R \geq 4R + 6 \Rightarrow R \geq 3\ \Omega$$

گزینه ۱

۲

در رابطه زیر بار عبوری را برحسب آمپر ساعت (Ah) و زمان را برحسب ساعت (h) جایگذاری می‌کنیم:

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} \Rightarrow 40 \times 10^{-6} = \frac{800 \times 10^{-3}}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow \Delta t = \frac{8 \times 10^{-1}}{4 \times 10^{-5}} = 2 \times 10^4\ h = 120 \times 10^6\ min = 1/2 \times 10^6\ min$$

گام اول: باتوجه به شکل مقاومت های ۲Ω و ۴Ω باهم سری و مقاومت های ۳Ω و ۷Ω نیز باهم سری هستند؛ بنابراین:

$$۲ + ۴ = ۶\Omega, \quad ۷ + ۳ = ۱۰\Omega$$

گام دوم: باتوجه به مدار بالا، ۶Ω و ۱۲Ω موازی و ۱۰Ω و ۴۰Ω نیز موازی اند؛ بنابراین:

$$\frac{۱۲ \times ۶}{۱۲ + ۶} = \frac{۱۲}{۲ + ۱} = ۴\Omega, \quad \frac{۴۰ \times ۱۰}{۴۰ + ۱۰} = ۸\Omega$$

گام سوم: باتوجه به شکل بالا دو مقاومت ۸Ω و ۴Ω باهم سری و معادل آن ها با ۲۴Ω موازی است.

$$R_{eq} = \frac{(۴ + ۸) \times ۲۴}{(۴ + ۸) + ۲۴} = \frac{۱۲ \times ۲۴}{۱۲ + ۲۴} = \frac{۲۴}{۱ + ۲} = ۸\Omega$$

نیرو محرکه با انجام کار، بار مثبت را از پایانه منفی به مثبت منتقل می کند و اندازه کار انجام شده را از رابطه $\varepsilon = \frac{\Delta W}{\Delta q}$ محاسبه می کنیم:

$$\Delta W = \varepsilon \Delta q = ۴ \times ۸ \times ۱۰^{-۶} = ۳۲ \times ۱۰^{-۶} \text{ J}$$

تمامی شاخه ها در مدار داده شده موازی هستند؛ بنابراین اختلاف پتانسیل دوسر تمامی آن ها باهم برابر است. در این صورت می توان نوشت:

$$\begin{aligned} V_{ab} &= R_f I = ۰/۴ \times ۲۰ = ۸V \\ V_{ab} &= \left(\frac{۲۰ \times ۵}{۲۰ + ۵} + ۶ \right) I' = ۸ \Rightarrow I' = ۰/۸A \end{aligned}$$

جریان کلی مدار برابر است با:

$$I_T = I + I' = ۰/۴ + ۰/۸ = ۱/۲A$$

برای شاخه ای که مولد در آن قرار دارد می توان نوشت:

$$\begin{aligned} V_a + ۵ \times ۱/۲ - \varepsilon + ۱ \times ۱/۲ &= V_b \\ V_a - V_b + ۷/۲ - \varepsilon &= ۰ \xrightarrow{V_a - V_b = ۸} \varepsilon = ۱۵/۲V \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \begin{cases} Q = U = RI^2 t \Rightarrow ۲۰۰۰ = ۲/۵ \times I^2 \times t \Rightarrow I^2 \times t = ۸۰۰ \\ q = It = ۴۰۰C \end{cases} \\ \Rightarrow I^2 \times t = I \times It = I \times ۴۰۰ = ۸۰۰ \Rightarrow I = ۲A \\ ۴۰۰ = ۲ \times t \Rightarrow t = ۲۰۰s \end{aligned}$$

با وصل کلید، تعداد مقاومت‌های موازی مدار افزایش پیدا کرده و در نهایت مقاومت معادل مدار کاهش می‌یابد، در این صورت می‌توان نوشت:

$$\left. \begin{aligned} I &= \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \\ r &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{R_{eq}} \Rightarrow I \uparrow$$

$$V_1 = R_1 I \Rightarrow V_1 \uparrow$$

$$V_2 = \varepsilon - V_1 \Rightarrow V_2 \downarrow$$

هر دو حالت ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر باتری را نشان می‌دهد.
در حالت اول:

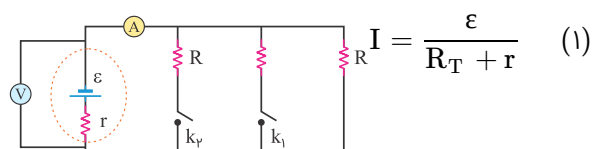
$$\Delta V = \varepsilon \Rightarrow V_1 = 25 (V)$$

در حالت دوم که کلید بسته می‌شود:

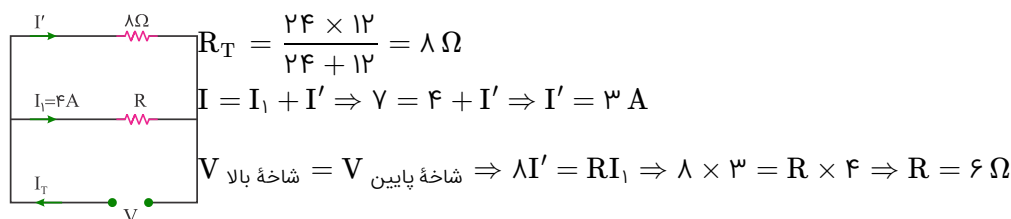
$$\begin{aligned} I &= \frac{\varepsilon}{R + r} \Rightarrow I = \frac{25}{4 + 1} = 5 (A) \\ \Rightarrow V_2 &= \varepsilon - rI = 25 - 5 \times 1 = 20 (V) \\ \frac{V_2}{V_1} &= \frac{20}{25} = 0.8 \Rightarrow V_2 = 0.8 V_1 \end{aligned}$$

پس ولتاژ ۲۰ درصد کم شده است.

اگر کلیدهای k_1 و k_2 را ببندیم مقاومت‌هایی به صورت موازی به مدار اضافه می‌شوند و مقاومت معادل کاهش می‌یابد با کاهش مقاومت معادل طبق رابطه (۱)، جریان افزایش می‌یابد. از طرفی $V = \varepsilon - Ir$ پس با افزایش جریان، V کاهش می‌یابد.



مقاومت‌های ۱۲ و ۲۴ اهمی با هم موازی‌اند. پس معادلشان را در مدار می‌گذاریم.

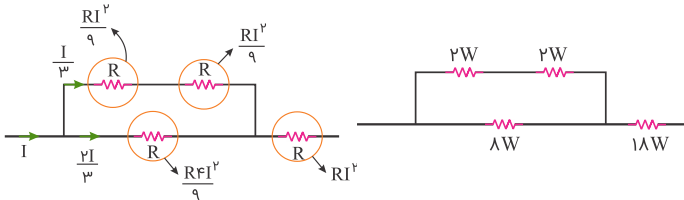


$$U = P \times t = 200 \times 90 \times 60 = 1080 \times 10^3 \text{ J} = 1080 \text{ kJ}$$

ابتدا توان هر یک از مقاومت‌ها را محاسبه می‌کنیم:

پس مطابق شکل بیشترین توان یک مقاومت $RI^2 = 18 \text{ W}$ می‌باشد.

$$P_{\text{کل}} = 2 + 2 + 8 + 18 = 30 \text{ W}$$



چون دو مقاومت به صورت سری به هم متصل‌اند، جریان یکسانی از آن‌ها عبور می‌کند. طبق رابطه $P = RI^2$ و باتوجه به یکسان بودن I ها، نسبت توان دو مقاومت برابر نسبت مقاومت آن‌ها است. با استفاده از اطلاعات نامی دو لامپ، مقاومت آن‌ها را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} A : (100 \text{ V}, 25 \text{ W}) \Rightarrow P_A = \frac{V_A^2}{R_A} \Rightarrow 25 = \frac{(100)^2}{R_A} \Rightarrow R_A = \frac{(100)^2}{25} \\ B : (50 \text{ V}, 40 \text{ W}) \Rightarrow P_B = \frac{V_B^2}{R_B} \Rightarrow 40 = \frac{(50)^2}{R_B} \Rightarrow R_B = \frac{(50)^2}{40} \end{cases}$$

نسبت توان مصرفی مقاومت‌ها برابر نسبت مقاومت آن‌ها است، پس:

$$\frac{P_A}{P_B} = \frac{R_A}{R_B} = \frac{\frac{(100)^2}{25}}{\frac{(50)^2}{40}} = \frac{32}{5}$$

ابتدا طول سیم پس از آن که قطر مقطع آن نصف می‌شود را به دست می‌آوریم:

$$A_1 L_1 = A_2 L_2 \Rightarrow \pi \left(\frac{D_1}{2} \right)^2 \times L_1 = \pi \left(\frac{D_1}{4} \right)^2 \times L_2 \Rightarrow L_2 = 4 L_1$$

مقاومت سیم جدید نسبت به سیم قبلی را حساب می‌کنیم:

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \times \frac{L_2}{L_1} \times \frac{A_1}{A_2} \Rightarrow \frac{R_2}{24} = 1 \times \frac{4}{1} \times \frac{4}{1} = 16 \Rightarrow R_2 = 24 \times 16 \Omega$$

حالا کسری از قطعه سیم جدید که باید کنار گذاشته شود تا مقاومت قطعه سیم باقی‌مانده (R_3) برابر 48Ω شود را به دست می‌آوریم:

$$\frac{R_3}{R_2} = \frac{\rho_3}{\rho_2} \times \frac{L_3}{L_2} \times \frac{A_2}{A_3} \Rightarrow \frac{48}{24 \times 16} = 1 \times \frac{L_3}{L_2} \times 1 \Rightarrow \frac{L_3}{L_2} = \frac{1}{8}$$

پس باید $1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$ طول سیم جدید را کنار بگذاریم تا مقاومت قطعه باقی‌مانده برابر 48Ω شود.

تمام موارد درست است.

با افزایش دما، مقاومت الکتریکی رسانای فلزی افزایش می‌یابد؛ بنابراین مقاومت رشته تنگستن در حالت روشن بیشتر از حالت خاموش است.

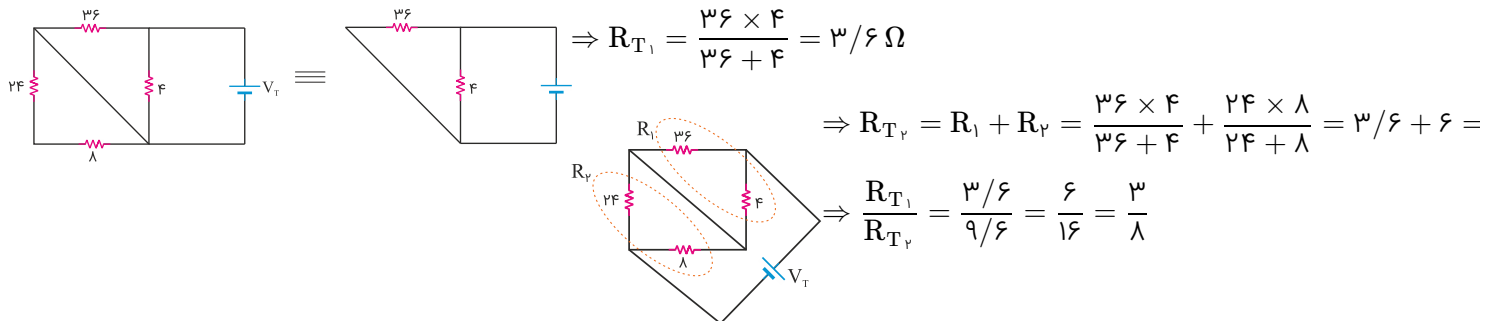
طبق قانون اهم، مقاومت الکتریکی از رابطه $R = \frac{V}{I}$ به دست می‌آید. حال باتوجه به نمودار و نقاط مشخص شده بر روی آن داریم:

$$R = \frac{V}{I} \begin{cases} IR_B = \frac{2 \text{ واحد}}{3 \text{ واحد}} = \frac{2}{3} \\ R_A = \frac{3 \text{ واحد}}{2 \text{ واحد}} = \frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{2}{3}} = \frac{9}{4}$$

حال نسبت جریان عبوری از رساناها به ازای اختلاف پتانسیل ذکر شده را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{I_B}{I_A} = \frac{V_B}{V_A} \times \frac{R_A}{R_B} = \frac{60}{45} \times \frac{9}{4} = 3$$

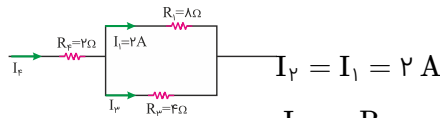
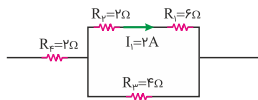
بنابراین طبق رابطه $I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$ ، در مدت زمان معین، مقدار بار شارش شده نیز به صورت $\frac{\Delta q_B}{\Delta q_A} = 3$ است. در نتیجه باتوجه به رابطه $q = ne$ ، تعداد الکترون های شارش یافته در رسانای B، ۳ برابر تعداد الکترون های شارش یافته در رسانای A است.



گام اول: ابتدا جریان الکتریکی عبوری از R_1 را به دست می‌آوریم. طبق رابطه $P = RI^2$ داریم:

$$P = RI^2 \Rightarrow 24 = 6I_1^2 \Rightarrow I_1 = 2 \text{ A}$$

گام دوم: باتوجه به مدار زیر جریان هریک از مقاومت‌ها برابر است با:



$$\frac{I_1}{I_3} = \frac{R_3}{R_{1,2}} \Rightarrow \frac{2}{I_3} = \frac{6}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow I_3 = 4 \text{ A}$$

$$I_F = I_1 + I_3 = 2 + 4 = 6 \text{ A}$$

گام سوم: اختلاف پتانسیل دو سر باتری برابر با اختلاف پتانسیل مقاومت معادل مدار است.

$$V = R_{eq} I_F = \left(2 + \frac{4 \times 6}{4 + 6} \right) \times 6 = \left(\frac{14}{5} \times 6 \right) = 28 \text{ V}$$

مقاومت آمپرسنج ایده‌آل ناچیز است. در این صورت دو مقاومت قرار گرفته در سمت راست مدار حذف می‌شوند. پس می‌توان نوشت:

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r} = \frac{10}{4 + 1} = \frac{10}{5} = 2 \text{ A}$$

یعنی جریان عبوری برابر با ۲A است.

عددی که ولت‌سنج نشان می‌دهد برابر است با:

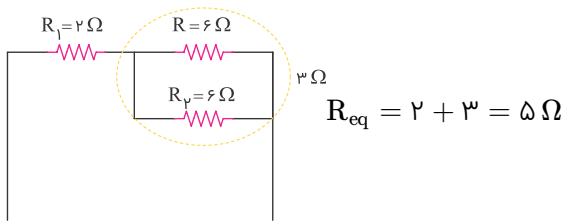
$$V = \varepsilon - rI = 10 - 1 \times 2 = 8 \text{ V}$$

$$L_a = L_b, \quad m_a = m_b, \quad R_a = R_b, \quad \rho'_a = 2\rho'_b$$

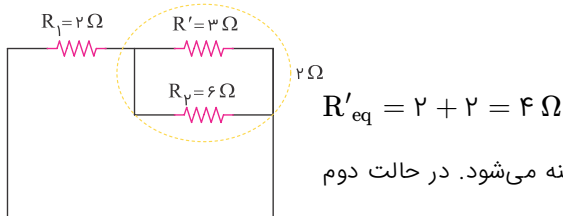
$$R_a = R_b \Rightarrow \rho'_a \times \frac{L_a}{A_a} = \rho'_b \times \frac{L_b}{A_b} \xrightarrow{L_a=L_b, \rho'_a=2\rho'_b} \frac{2}{A_a} = \frac{1}{A_b} \Rightarrow A_a = 2A_b$$

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \frac{\rho_a}{\rho_b} = \frac{V_b}{V_a} = \frac{L_b A_b}{L_a A_a} = \frac{1}{2}$$

مقاومت معادل مدار را در دو حالت حساب می‌کنیم:
حالت اول:



حالت دوم:



می‌دانیم اگر مقاومت معادل مدار با مقاومت درونی مولد برابر باشد، توان خروجی آن بیشینه می‌شود. در حالت دوم این اتفاق افتاده است. بنابراین توان خروجی مولد افزایش یافته است.

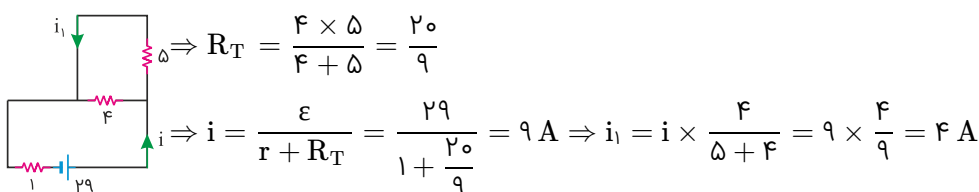
همچنین با کاهش مقاومت معادل مدار، جریان عبوری از مولد افزایش و در نتیجه اختلاف پتانسیل دو سر مولد کاهش می‌یابد. زیرا:

$$\downarrow V_{\text{مولد}} = \varepsilon - r \uparrow$$

با افزایش جریان، همچنین اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R_1 هم افزایش می‌یابد. در نتیجه اختلاف پتانسیل دو سر مجموعه موازی R و R_p ناچار به کاهش است. بنابراین طبق رابطه $P = \frac{V^2}{R}$ ، توان مصرفی این مولد هم کاهش می‌یابد.

با کاهش مقاومت رثوستا، مقاومت کل مدار کاهش پیدا می‌کند. در این صورت طبق رابطه $I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r}$ ، جریان عبوری از مدار افزایش می‌یابد. در این صورت عددی که آمپرسنج نشان می‌دهد بیشتر می‌شود. از طرفی مقاومت معادل دو سر ولت‌سنج عدد ثابتی است. در این صورت طبق رابطه $V = R_{eq} I$ با افزایش جریان، عددی که ولت‌سنج نشان می‌دهد نیز افزایش می‌یابد.

مقاومت 2Ω اتصال کوتاه است و حذف می‌شود.



مقاومت 30Ω تأثیری در محاسبهٔ مقاومت معادل ندارد؛ زیرا یک سر آن آزاد است. شکل ساده‌شدهٔ مدار را می‌توان به صورت زیر رسم و محاسبه کرد.

